Umrechnung Binärsystem → Dezimalsystem

Im Dezimalsystem können wir eine Zahl auch als Summe der Dezimalstellen schreiben:

$$6312 = 6 \cdot \underbrace{\mathbf{1000}}_{=10\cdot10\cdot10} + 3 \cdot \underbrace{\mathbf{100}}_{=10\cdot10} + 1 \cdot \mathbf{10} + 2 \cdot \mathbf{1}$$

Da wir im Binärsystem jedoch nicht mit der Basis 10 sondern mit der Basis 2 arbeiten können wir die Binärzahlen auch wie folgt darstellen:

$$11010_2 = 1 \cdot \underbrace{\mathbf{16}}_{=2\cdot2\cdot2\cdot2} + 1 \cdot \underbrace{\mathbf{8}}_{=2\cdot2\cdot2} + 0 \cdot \underbrace{\mathbf{4}}_{=2\cdot\mathbf{2}} + 1 \cdot 2 + 0 \cdot \mathbf{1} = 26_{10}$$

1. Aufgabe

Rechne die folgenden Zahlen ins Dezimalsystem um:

a) $110_2 = 6$

b) $1011_2 = 11$

c) $1\,0101_2 = 21$

d) $1\,1000_2 = 24$

e) $10\,0101_2 = 37$

f) $11\,1010_2 = 58$

g) $100\,0110_2 = 70$

h) $110\,1011_2 = 107$

Hinweis: genau wie man Zahlen im Dezimalsystem oft in 3er-Gruppen schreibt, so gruppiert man Zahlen im Binärsystem zur besseren Lesbarkeit in 4er-Gruppen.

2. Aufgabe

Ein **Bit** ist die kleinste Informationseinheit im Computer und kann 0 oder 1 darstellen. Damit wird jede Stelle einer binären Zahl durch ein Bit repräsentiert.
Welches ist die größte Zahl, die mit

a) 2 Bit $= 11_2 = 3$

b) 4 Bit $= 1111_2 = 15$

c) 6 Bit $= 11\,1111_2 = 63$

d) 8 Bit $= 1111\,1111_2 = 255$

dargestellt werden kann?

Umrechnung Dezimalsystem → Binärsystem

Umgekehrt müssen wir eine Dezimalzahl als Summe ausdrücken. Dazu schreiben wir zunächst die *2er-Potenzreihe* (rückwärts) auf: Wir beginnen rechts mit der 1 und multiplizieren die Zahl mit 2 bei jedem Schritt.

$$\cdots \leftarrow 32 \leftarrow 16 \leftarrow 8 \leftarrow 4 \leftarrow 2 \leftarrow 1$$

Anschließend zerlegen wir die Dezimalzahl in die Summe, beispielsweise 25_{10}:

$$25 = 0 \cdot \mathbf{32} \quad +2525 = 1 \cdot \mathbf{16} \quad +99 = 1 \cdot \mathbf{8} \quad +11 = 0 \cdot \mathbf{4} \quad +11 = 0 \cdot \mathbf{2} \quad +11 = 1 \cdot \mathbf{1} \quad +0$$

und erhalten damit die Binärdarstellung:

$$25_{10} = 1 \cdot \mathbf{16} + 1 \cdot \mathbf{8} + 0 \cdot \mathbf{4} + 0 \cdot \mathbf{2} + 1 \cdot \mathbf{1} = 11001_2$$

3. Aufgabe

Rechne die folgenden Zahlen ins Binärsystem um:

a) $7 = 111_2$

b) $13 = 1101_2$

c) $24 = 1\,1000_2$

d) $36 = 10\,0100_2$

e) $49 = 11\,0001_2$

f) $63 = 11\,1111_2$

g) $71 = 100\,0111_2$

h) $93 = 101\,1101_2$

i) $103 = 110\,0111_2$

j) $127 = 111\,1111_2$

4. Aufgabe

Wie viele Stellen haben die folgenden Zahlen im Binärsystem?

a) $3 \rightarrow 2$ Bit

b) $4 \rightarrow 3$ Bit

c) $7 \rightarrow 3$ Bit

d) $8 \rightarrow 4$ Bit

e) $15 \rightarrow 4$ Bit

f) $16 \rightarrow 5$ Bit

g) $31 \rightarrow 5$ Bit

h) $32 \rightarrow 6$ Bit

Erkennst du ein Muster? Wie viele binäre Stellen hätten dann die folgenden Zahlen?

a) $64 \rightarrow 7$ Bit

b) $128 \rightarrow 8$ Bit

c) $256 \rightarrow 9$ Bit

d) $512 \rightarrow 10$ Bit

e) $1024 \rightarrow 11$ Bit

f) $2048 \rightarrow 12$ Bit